М 8 15 в

(26б) 93%

победитель

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

8 класс

8.1. Имеется 30 бревен длинами 3 м и 4 м, суммарная длина которых равна 100 м. Каким числом распилов можно распилить бревна на чурбаки длиной 1 м? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно). Ответ обосновать.

8.2. Из чисел a, b и c одно положительно, одно отрицательно и одно равно 0. Известно, что $a^2 = b^2 \cdot (b - c)$. Какое из чисел положительно, какое отрицательно и какое равно нулю? Ответ объясните.

8.3. Две биссектрисы треугольника пересекаются под углом 60°. Докажите, что один из углов этого треугольника равен 60°.

8.4. Какое минимальное число шашек надо взять, чтобы при любой их расстановке на клетках **шахматной доски** (8×8) обязательно встретились 4 шашки, стоящие друг за другом по горизонтали?

7б

8.1. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 100 \\ x + y = 30 \Rightarrow x = 30 - y \ (1) \end{cases}$$

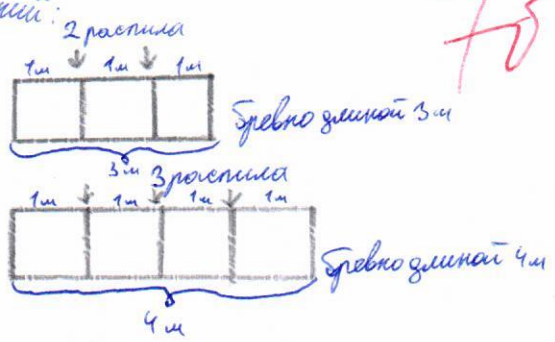
$3(30-y) + 4y = 100$

$90 - 3y + 4y = 100$

$y = 10 \ (2)$

$x + 10 = 30$

$x = 20.$



Имеем 20 бревен длиной 3м и 10 бревен длиной 4м.

Умножим кол-во бревен на кол-во распилов и сложим результаты: $(20 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 70$ (распилов))

Ответ: 70 распилов. +

7б

8.2. $a^2 = b^2 \cdot (b - c)$.

$a^2 = b^3 - b^2c$.

Далее за n будет обозначаться ~~натуральное~~ положительное число. Проверим все варианты.

1) Если $a=0; b=n; c=-n$.
$0 \neq n + n \Rightarrow$ неверно.

2) Если $a=0; b=-n; c=n$.
$0 \neq -n - n \Rightarrow$ неверно

3) Если $a=n; b=0; c=-n$.
$n \neq 0 - 0 \Rightarrow$ неверно

4) Если $a=-n; b=0; c=n$.
$n \neq 0 + 0 \Rightarrow$ неверно.

5) Если $a=n; b=-n; c=0$.
$n \neq -n - 0 \Rightarrow$ неверно.

6) Если $a=-n; b=n; c=0$.
$n = n + 0 \Rightarrow$ верно.

Т.к. подошёл только 1 вариант $\Rightarrow$ он будет единственно верным.

Ответ: a - отрицательное; b - положительное; $c = 0$. +

8.4. Чтобы заявить минимальное кол-во шашек при любой расстановке рассмотрим худший вариант (но будем считать шашки только по горизонтали и не допустим ситуацию, когда доску будут разворачивать).

~~Худшим вариантом будет если в каждой горизонтали будет расположено по 3 шашки получим 3 шашки на 8 горизонталей 3·8=24. Но при этом не выполняется условие. Далее добавим 1 шашку в любую из горизонталей, ведь в каждой из них уже есть 3 шашки 1+3=4; 24+1=25. Следовательно надо взять минимум 25 шашек, чтобы независимо от их расстановки на клетках обязательно встретились 4 шашки стоящие друг за другом по горизонтали~~

Худшим вариантом будет тот, при котором в каждой горизонтали будут 1) 2 скопления шашек по 3 (стоящих друг за другом), или 2) пара шашек с тремя шашками и одной (во всех случаях скопления расположены на расстоянии)

1)

2)

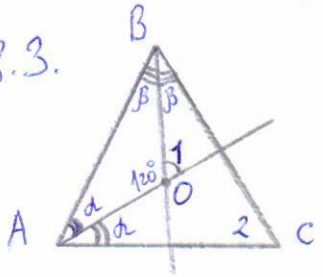
В обоих случаях в каждой из 8 горизонталей будет стоять 6 шашек: 8·6=48.
Далее добавим 1 шашку в любую из горизонталей, ведь в каждой из них уже все шашки расположены так, что при добавлении 1 шашки образуется ряд стоящих друг за другом 4 шашек. 48+1=49 (шашек).

Ответ: 49 шашек.

7б.

+

8.3.



5б

Дано: $\triangle ABC$; AO и BO – биссектрисы $\angle A$ и $\angle B$ соответственно; $\angle 1 = 60°$.

Док-ть: один из $\angle$-в $\triangle$-ка $= 60°$.

Док-во:

1. $\angle BOA = 180° - \angle 1 = 180° - 60° = 120°$ (т.к. $\angle BOA$ и $\angle 1$ – смежные).
P: $\triangle AOB$
2. ✓ Т.к. сумма $\angle$-в $\triangle$-ка $= 180°$, то $\alpha + \beta + 120° = 180°$; $\alpha + \beta = 60°$.
3. ✓ Т.к. сумма $\angle$-в $\triangle$-ка $= 180°$, то $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$; $2\alpha + 2\beta + \angle C = 180°$; $\angle C = 180 - 2(\alpha + \beta)$.
P: $\triangle ABC$

$\angle C = 180° - 2(\alpha + \beta)$
$\angle C = 180° - 2 \cdot 60°$
$\angle C = 180° - 120°$
$\angle C = 60°$, что.

21б
75%

призер № 821а

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

8 класс

8.1. Имеется 30 бревен длинами 3 м и 4 м, суммарная длина которых равна 100 м. Каким числом распилов можно распилить бревна на чурбаки длиной 1 м? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно). Ответ обосновать.

8.2. Из чисел a, b и c одно положительно, одно отрицательно и одно равно 0. Известно, что $a^2 = b^2 \cdot (b - c)$. Какое из чисел положительно, какое отрицательно и какое равно нулю? Ответ объясните.

8.3. Две биссектрисы треугольника пересекаются под углом 60°. Докажите, что один из углов этого треугольника равен 60°.

8.4. Какое минимальное число шашек надо взять, чтобы при любой их расстановке на клетках **шахматной доски** (8×8) обязательно встретились 4 шашки, стоящие друг за другом по горизонтали?

4б

№ 8.1

1. Для начала нужно найти количество брёвен 3м и 4м:
Предположим, что все брёвна = 3м:

$3 \cdot 30 = 90$ (м); до 100м не достаёт 10м, 10м можно получить, если заменить 10 3-х метровых брёвен на 4-ёх метровые ($\frac{10}{4-3} = 10$), получаем 20 брёвен по 3м и 10 брёвен по 4м.

2. Найдём количество распилов: для брёвен по 3м – 2 распила, для брёвен по 4м – 3 распила: $(20 \cdot 2) + (10 \cdot 3) = 70$ (распилов)

Ответ: 70 распилов.

+

№ 8.2

7б

$a^2 = b^2 \cdot (b - c)$

$b \neq 0$, т.к. $a^2 = 0 \cdot (0 - c) \Rightarrow a^2 = 0$, но $a \neq 0$

Предположим, что $a = 0$:

$0^2 = b^2 \cdot (b - c)$

$b = 0$, или, но $b \neq 0$

$b - c = 0$

$b - c = 0$? Предположим, что $b = x$ (полож.), $c = y$ (отр.)

$x - y = 0$

(полож.) - (отр.) = (полож.)

$x - y \neq 0$

Предположим, что $b = y$ (отр.), $c = x$ (полож.)

$y - x = 0$

(отр.) - (полож.) = (отр.)

$y - x \neq 0$

Из всего перечисленного можно сделать вывод, что $a \neq 0$

$a \neq 0$, $b \neq 0$, значит $c = 0$

$a^2 = b^2 \cdot (b - 0)$

$a^2 = b^3$

Предположим, что $a = x$ (полож.), $b = y$ (отр.)

$x^2 = y^3$

$\left.\begin{array}{l} x^2 - \text{(полож.)} \\ y^3 - \text{(отр.)} \end{array}\right\} \Rightarrow a \neq x,\ b \neq y$, значит a - отр., b - полож.

Ответ: a - отриц. число, b - полож. число, $c = 0$.

№ 8.4 4/5 +

Сначала нужно найти расстановку, в которой задействуется максимальное число шашек, но не выполняется условие задачи.

Например:

На шахматной доске полностью заполняются 1, 2, 3, 5, 6, 7 вертикали. Всего на доске получается: $6 \cdot 8 = 48$; 48 шашек. Больше не может быть, так как если поставить даже одну шашку, то условие выполнится, и получится 4 шашки в ряд по горизонтали, значит минимальное кол-во шашек для выполнения условия = 49

Ответ: 49 шашек

М 853а.

17б / 61%

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

8 класс

8.1. Имеется 30 бревен длинами 3 м и 4 м, суммарная длина которых равна 100 м. Каким числом распилов можно распилить бревна на чурбаки длиной 1 м? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно). Ответ обосновать.

8.2. Из чисел a, b и c одно положительно, одно отрицательно и одно равно 0. Известно, что $a^2 = b^2 \cdot (b - c)$. Какое из чисел положительно, какое отрицательно и какое равно нулю? Ответ объясните.

8.3. Две биссектрисы треугольника пересекаются под углом 60°. Докажите, что один из углов этого треугольника равен 60°.

8.4. Какое минимальное число шашек надо взять, чтобы при любой их расстановке на клетках **шахматной доски** (8×8) обязательно встретились 4 шашки, стоящие друг за другом по горизонтали?

№1 8.1.

100м = 20 бревен по 3м и
10 бревен по 4м.

1) чтобы, из бревна длиной 3м получились чубарки по 1м, надо распилить его 2 раза ⇒ 20 бревен надо распилить 40 раз (20·2=40р)

2) чтобы, из бревна длиной 4м получились чубарки длиной 1м, его надо распилить 3 раза ⇒ 10 бревен по 4м = 30 распилов (10·3 = 30р)

40+30= 70р

Ответ: 70 распилов

7

8.4.

шах. доска $8 \times 8 \Rightarrow 8$ клеток в ряду (по горизонтали) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ в один ряд можно поставить максимум 6 шашек с пробелами (по 3 шашки)

Рядов $\to 8 \Rightarrow 6 \cdot 8 = 48$ шашек (чтобы не было 4 шашки в ряд)

$48 + 1 = 49$ (чтобы обязательно встретились 4 шашки стоящие друг за другом по горизонтали)

Ответ: 49 шашек.

3б

8.2.

$$a^2 = b^2 \cdot (b - c)$$

1)

a	b	c
−	+	0

2)

a	b	c
0	−	+

3)

a	b	c
0	+	−

4)

a	b	c
−	0	+

5)

a	b	c
+	−	0

6)

a	b	c
+	0	−

1) $\overset{\oplus}{-}{}^2 = \overset{\oplus}{+}{}^2 \cdot (\overset{+}{+} - \overset{-}{0})$ - подходит $(+ = +)$

2) $\overset{\ominus}{0}{}^2 = \overset{+}{-}{}^2 \cdot (\overset{-}{-} - \overset{+}{+})$ - не подходит $(0 = -)$

3) $\overset{\ominus}{0}{}^2 = \overset{+}{+}{}^2 \cdot (\overset{+}{+} - \overset{-}{-})$ - не подходит $(0 = +)$

4) $\overset{\oplus}{-}{}^2 = \overset{\circ}{0}{}^2 \cdot (\overset{\ominus}{0} - \overset{-}{+})$ - не подходит $(+ = 0)$

5) $\overset{\oplus}{+}{}^2 = \overset{+}{-}{}^2 \cdot (\overset{\ominus}{-} - \overset{-}{0})$ - не подходит $(+ = -)$

6) $\overset{\oplus}{+}{}^2 = \overset{\ominus}{0}{}^2 \cdot (\overset{+}{0} - -)$ - не подходит $(+ = 0)$

Ответ: a - отрицательное, b - положительное, $c = 0$

7б

М851а

(16б)

призер

57%

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

8 класс

8.1. Имеется 30 бревен длинами 3 м и 4 м, суммарная длина которых равна 100 м. Каким числом распилов можно распилить бревна на чурбаки длиной 1 м? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно). Ответ обосновать.

8.2. Из чисел a, b и c одно положительно, одно отрицательно и одно равно 0. Известно, что $a^2 = b^2 \cdot (b - c)$. Какое из чисел положительно, какое отрицательно и какое равно нулю? Ответ объясните.

8.3. Две биссектрисы треугольника пересекаются под углом 60°. Докажите, что один из углов этого треугольника равен 60°.

8.4. Какое минимальное число шашек надо взять, чтобы при любой их расстановке на клетках **шахматной доски** (8×8) обязательно встретились 4 шашки, стоящие друг за другом по горизонтали?

7б

№ 8.2

0 ~~=~~ может = только c, т.к. если $a=0$, то ~~в~~ либо $b^2=0$, что противоречит условию, либо $b-c$ ~~это~~ $=0$, то $b=c$ ~~это~~ и так как 1 полож., а другое отр., то ~~это~~ ~~кр~~ тождество невозможно => $c=0$, тогда подставим c в выраж.

$b^2 \cdot (b-0) = a^2$

$b^3 - 0 = a^2$

$b^3 = a^2$

~~Взятая отдельно~~ Здесь ~~все~~ можно понять, что a является отр., так как если b будет отр., то a^2 = отр. числу, что невозможно из-за чётной степени переменной, а если a будет отр. числом, то из-за её степени b будет = положительному числу, что не противоречит условию.

Ответ: ~~что, b так~~ a = отрицательное, b = положительное; ~~а~~ c = 0.

8.1

25

1) 3 м ~~доски~~ брёвна
2) 4 м ~~доска~~ брёвна } 30 ~~бр досок~~ брёвен; Σ длин всех досок = 100 м

Каким числом распилов можно распилить брёвна?

Пусть: x ~~в~~ – ~~раз~~ одна 3 м доска $x+y=30$ – Σ досок

y – одна 4 м доска $3x+4y=100$ Σ длин досок

~~Составл~~ Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} x+y=30 \quad |\cdot(-3) \\ 3x+4y=100 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} -3x-3y=-90 \\ 3x+4y=100 \end{cases}$$

~~y=~~ $4y-3y=100-90$

$y=10$ ~~кол-во~~, кол-во распиленных 4 м ~~досок~~ брёвен $=10$

$x+10=30$

$x=30-10$

$x=20$, кол-во распиленных 3 м ~~досок~~ брёвен $=20$

Ответ: ~~30 распилили~~ ~~3а досок брёвен~~ кол-во распиленных 3 м брёвен = 20

кол-во распиленных 4 м брёвен = 10

8.4

7б

0	0	0	1 X	0	0	0	X	9
0	0	0	2 X	0	0	0	X	10
0	0	0	3 X	0	0	0	X	11
0	0	0	4 X	0	0	0	X	12
0	0	0	5 X	0	0	0	X	13
0	0	0	6 X	0	0	0	X	14
0	0	0	7 X	0	0	0	X	15
0	0	0	8 X	0	0	0	X	16

Т.к. ~~по~~ 4 подряд не учитывается => => можно рассмотреть 1 строчку из 8 а ост. сделать по 1:

Пусть в ряду 8 шашек:

0 0 0 0 0 0 0 0 = 8 ~~ост~~ шашек
4 в ряд 4 в ряд

Чтобы предотвратить ряды из 4 подряд надо в 1 и во 2 ряду убрать конечную фишку

0 0 0 ~~0~~ 0 0 0 ~~0~~ = 6 шашек

Далее подставляем в остальные строчки и получаем

$6\cdot 8=48$ шашек: При 48 шашках есть варианты, при которых не будет 4 шашки в ряду => чтобы этого небыло нам нужно добавить 1 ~~ш~~ шашку, тогда один из рядов будет выглядеть так:

0 0 0 ~~0~~ 0 0 0 0 : 4, в этом случае у нас все подходит =>

$48+1=49$ шашек ~~нуж~~ – минимальное кол.-во.

Ответ: 49 шашек

М 8 41С

(14б) 18.11.04 призер

50%

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

8 класс

8.1. Имеется 30 бревен длинами 3 м и 4 м, суммарная длина которых равна 100 м. Каким числом распилов можно распилить бревна на чурбаки длиной 1 м? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно). Ответ обосновать.

8.2. Из чисел a, b и c одно положительно, одно отрицательно и одно равно 0. Известно, что $a^2 = b^2 \cdot (b - c)$. Какое из чисел положительно, какое отрицательно и какое равно нулю? Ответ объясните.

8.3. Две биссектрисы треугольника пересекаются под углом 60°. Докажите, что один из углов этого треугольника равен 60°.

8.4. Какое минимальное число шашек надо взять, чтобы при любой их расстановке на клетках **шахматной доски** (8×8) обязательно встретились 4 шашки, стоящие друг за другом по горизонтали?

№8.1 а - кол-во брёвен по 3м; в - кол-во брёвен по 4м

7б.

$\begin{cases} 3a + 4b = 100 \\ a + b = 30, \ a = 30 - b; \ в\ 1)\ 3(30 - b) + 4b = 100 \end{cases}$

$90 - 3b + 4b = 100$

$b = 10$

$a = 30 - 10 = 20$

3 - 1 = 2 (расп.) - нужно, чтобы распилить бревно 3м

4 - 1 = 3 (расп.) - нужно, чтобы распилить бревно 4м

$2a + 3b = 2 \cdot 20 + 3 \cdot 10 = 70$ (расп.)

Ответ: 70 распилов.

№8.2

2б

$a^2 = b^2(b - c)$

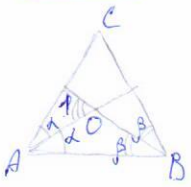
если $a = 0$, то $b = 0$ и если $b = 0$, то $a = 0 \Rightarrow c = 0$

если $a < 0$, то $(-a)^2 = a^2 \Rightarrow b > 0; a < 0$

Ответ: $a < 0; b > 0; c = 0$

5б

№ 8.3



Дано: $\triangle ABC$
BO - биссектр. $\angle B$, AO - биссектр. $\angle A$
$\angle 1 = 60°$

Док-то: $\angle C = 60°$

Док-во:

1) $\angle AOB = 180° - \angle 1 = 120°$ (смежные)
Р. $\triangle AOB$
2) $\angle \alpha + \angle \beta = 180° - \angle AOB = 180° - 120° = 60°$
Р. $\triangle ABC$
3) $\angle A + \angle B = 2(\alpha + \beta) = 2 \cdot 60° = 120°$
4) $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B) = 180° - 120° = 60°$

ч.т.д.

№ 8.4

1) $8 = 4 + 4$ - шашек в одной горизонтали
2) $4 + (4 - 1) = 7$ - так как нужна одна четвёрка шашек в горизонтали
3) $7 \cdot 8 = 56$

Ответ: 56 шашек

0б